





Digitales Lernen Grundschule
Universität Potsdam

Deutsche
Telekom
Stiftung



Digitale Stellenwerttafel



Leitfaden für
Lehrerinnen und Lehrer



Version 4, September 2017

Allgemeines

Autorinnen und Autoren des Leitfadens

Prof. Ulrich Kortenkamp, Universität Potsdam

Heiko Etzold, Universität Potsdam

Johanna Goral, Universität Potsdam

Alexander Schmidt, Rosa-Luxemburg-Schule Potsdam

Matthias Börrnert, Leonardo-da-Vinci-Gesamtschule Potsdam

OER Global Logo (Titelseite)

Jonathas Mello | Creative Commons Attribution Unported 3.0

Für Anregungen zum Erstellen des Leitfadens danken wir:

Prof. Silke Ladel, Universität Saarbrücken

Dr. Eva Thanheiser, Portland State University

Daniela Behrens, Universität Bremen

Prof. Dr. Dagmar Bönig, Universität Bremen

Anna Rohde, Evangelisches Gymnasium Kleinmachnow

Michelle Zahn und Sarah Vogel, Universität Potsdam

App-Download für iOS-Geräte

<http://appsto.re/de/QfN5H.i>

Die App ist derzeit nur für iOS-Geräte verfügbar. Sollte es Programmierer geben, die Interesse haben, eine Version für Android, Windows oder gar eine plattformübergreifende Lösung zu erstellen, freuen wir uns über Rückmeldungen.



Inhaltsverzeichnis

Grundidee des App-Einsatzes	4
App-Bedienung	6
App-Einstellungen	7
Einführung der App	12
Flexibles Stellenwertverständnis	14
Schriftliche Addition	16
Schriftliche Subtraktion	18
Schriftliche Division	20
Dezimalbrüche	24
Zum Projekt Digitales Lernen Grundschule	26

Lizenzhinweise




Dieses Material ist eine offene Bildungsressource und steht unter der Creative-Commons-Lizenz „Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International“. Um eine Kopie dieser Lizenz zu sehen, besuchen Sie <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.




Sie können das Material beliebig weiterverwenden und auch verändern, solange Sie es anderen ebenso als offene Bildungsressource unter einer entsprechenden Lizenz zur Verfügung stellen.

Eine aktuelle und alle bisherigen Versionen dieses Leitfadens finden Sie unter <http://dlgs.uni-potsdam.de/konzepte/zahlverstaendnis/leitfaden>. Weitere Informationen zum Projekt Digitales Lernen Grundschule sowie Kontaktmöglichkeiten finden Sie unter <http://dlgs.uni-potsdam.de>.

Grundidee des App-Einsatzes

Die Grundfunktionalität der App ist, dass eine Zahl durch Zählplättchen in der Stellenwerttafel dargestellt wird. Beim Verschieben von Plättchen bleibt der Wert der Zahl erhalten, ihre Darstellung ändert sich jedoch.

einundzwanzig		
0 Hunderter	2 Zehner	1 Einer
	 	

einundzwanzig		
0 Hunderter	1 Zehner	11 Einer
		 

Die App soll Schülerinnen und Schüler auf ihrem Weg entlang der Abstraktionskette vom Zählen konkreter Gegenstände hin zur standardisierten symbolischen Darstellung begleiten (Gerster & Walter 1973). Der Fokus liegt auf der Vermittlung der Stellenwertprinzipien: Statt konkreter Gegenstände können Zählmarken verwendet werden, deren Wert nur von ihrer Position (also von ihrem Stellenwert) abhängt, und nicht von ihrer Farbe, Form oder Größe.

In der App werden hierzu gleichfarbige virtuelle Plättchen verwendet, die in der Stellenwerttafel verschoben werden können. Der Wert der dargestellten Zahl verändert sich hierbei – im Gegensatz zu realen Zahldarstellungen mit Plättchen – nicht, sondern über automatische Bündlung und Entbündlung wird der Wert erhalten. So lässt sich erfahren, dass ein rotes Plättchen an der Zehnerstelle so viel Wert ist wie 10 rote Plättchen an der Einerstelle (Ladel & Kortenkamp 2014). Die Ablösung von einer Darstellung der Werte über Farben, wie Sie im Anfangsunterricht sinnvollerweise genutzt wird, wird über die Einstellungen der App ermöglicht.

Ein Verschieben über die Stellenspalten hinaus bewirkt also einen automatischen Tausch. Diese Grunderfahrung ist anschlussfähig: Nach rechts können Plättchen immer in Plättchen kleineren Wertes getauscht werden. So wird die Einführung von Zehnteln, Hundertsteln und noch geringeren Werten unterstützt (Behrens & Birkner-Ahsbahs 2016).

Voraussetzung für eine erfolgreiche Nutzung der App ist ein bereits vorhandenes Verständnis des Bündelungsprinzips. Die App ist also nicht dafür entwickelt, das Bündeln und Entbündeln bzw. Tauschen benachbarter Bündelungseinheiten zu vermitteln – für solche Tätigkeiten eignen sich vielmehr reale Materialien wie Steckwürfel oder das Mehrsystemmaterial. Die App baut auf ein solches Verständnis auf und legt ihren Fokus in die Vermittlung eines flexiblen Stellenwertverständnisses (siehe S. 14).

Weitere Informationen zum theoretischen Hintergrund der Umgebung finden Sie unter <http://dlgs.uni-potsdam.de/konzepte/zahlverstaendnis>.

Literatur

Behrens, D. & Birkner-Ahsbahs, A. (2016). Die digitale Stellenwerttafel: Aufgabendesign zur Einführung von Dezimalbrüchen. In Beiträge zum Mathematikunterricht. (S. 117-120). Münster: WTM-Verlag.

Gerster, H.-D. & Walter, R. (1973). Mehr System im Mehrsystem-Rechnen. Zahldarstellung und Rechnen in Stellenwertsystemen. Freiburg im Breisgau: Herder.

Ladel, S. & Kortenkamp, U. (2014). „Ist das dann noch ein Zehner oder ist das dann ein Einer?“ – Zu einem flexiblen Verständnis von Stellenwerten. In Beiträge zum Mathematikunterricht. (S. 699-702). Münster: WTM-Verlag.

App-Bedienung

Die Bedienung der App erfolgt über drei Interaktionen:

Hinzufügen neuer Plättchen

In eine Spalte der Stellenwerttafel wird ein neues Plättchen hinzugefügt, indem man irgendwohin in die Spalte tippt.

Verschieben von Plättchen

Beim Verschieben eines Plättchens nach rechts wird dieses Plättchen entsprechend der Stellenwerte automatisch entbündelt. Bei der Verschiebung nach links wird es, wenn möglich, mit weiteren von rechts kommenden Plättchen gebündelt.

Entfernen von Plättchen

Ein Plättchen lässt sich entfernen, indem man es nach oben aus der Tabelle hinaus schiebt.

Weiterhin lassen sich alle Plättchen gleichzeitig entfernen, indem man das iPad schüttelt.

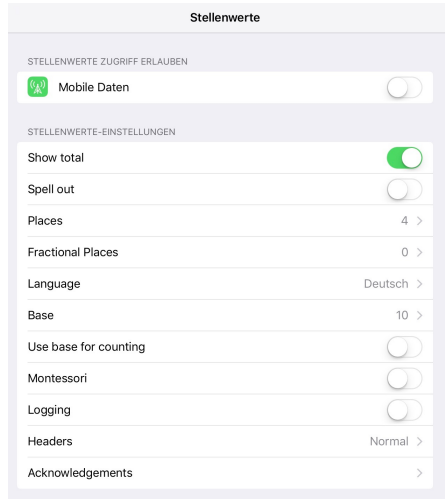
Alle Interaktionen können gleichzeitig und unabhängig voneinander mit mehreren Fingern durchgeführt werden. Dazu sollte in der App „Einstellungen“ unter „Allgemein“ → „Multitasking“ die Funktionalität „Gesten“ ausgeschaltet sein.

App-Einstellungen

Für verschiedene Unterrichtssituationen können Sie unterschiedliche Darstellungsmöglichkeiten der App verwenden. Die Grundfunktionalität des automatisierten Bündelns und Entbündelns bleibt von allen Einstellungen unberührt.

Gehen Sie in die App „Einstellungen“ und wählen Sie dort auf der linken Seite die Stellenwerte-App aus (ggf. müssen Sie noch nach unten scrollen). Sie haben dann diverse Einstellungsmöglichkeiten.

Die meisten Einstellungsänderungen führen dazu, dass bereits dargestellte Zahlen wieder gelöscht werden. Sie sollten also die Einstellungen vornehmen bzw. von den Schülerinnen und Schülern vornehmen lassen, bevor Sie mit der Stellenwerttafel arbeiten.



Show total

Hierüber können Sie einstellen, ob in der Kopfzeile der Gesamtwert der gelegten Plättchen angezeigt werden soll oder nicht.

42		
0 Hunderter	4 Zehner	2 Einer

„Show total“ an

0 Hunderter	4 Zehner	2 Einer

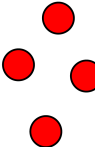

„Show total“ aus

App-Einstellungen

Spell out

Ist diese Einstellung aktiv, wird der Gesamtwert als Zahlwort ausgeschrieben.

Hinweis: Diese Einstellung tritt nur in Kraft, wenn „Show total“ aktiviert ist.

zweieundvierzig		
0 Hunderter	4 Zehner	2 Einer
		

„Spell out“ an

Places

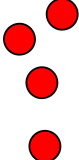

Mit dieser Zahl geben Sie die Anzahl der dargestellten Stellen an.

Mögliche Werte: 2, 3 oder 4

Fractional Places

Falls Sie Dezimalbrüche nutzen wollen, können Sie die Anzahl der Nachkommastellen einstellen.

Mögliche Werte: 0, 1, 2 oder 3

0,42			
0 Einer	4 Zehntel	2 Hundertstel	0 Tausendstel
			

Language

Die Spracheinstellungen beeinflussen die Zahlwörter und Bündelungseinheiten.

Places: 4, Fractional Places: 3

Die „Show total“- und „Spell out“-Einstellungen eignen sich insbesondere für das Lesen von Zahlen aus der Stellenwerttafel sowie zum Lernen der Zahlwörter. So kann auch die Sprechweise einzelner Ziffern hinter dem Komma bei Dezimalbrüchen nachvollzogen werden.

Base

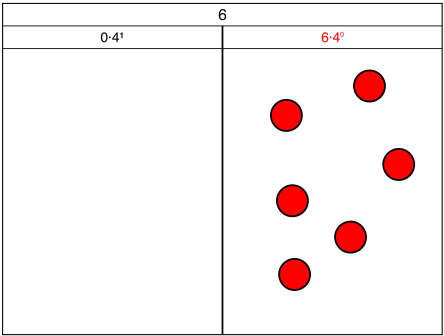
Neben dem Dezimalsystem (Basis 10) können Sie hier andere Basen wählen. Dies beeinflusst, wie viele Plättchen jeweils gebündelt bzw. entbündelt werden. Mögliche Werte: 2 bis 16

Use Base for Counting

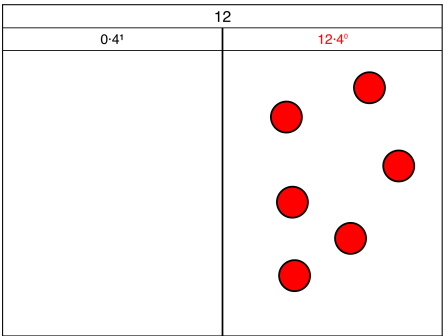
Wenn nicht das Dezimalsystem eingestellt ist, entscheiden Sie hierüber, ob das automatisierte Zählen im Dezimalsystem oder im ausgewählten Zahlensystem erfolgt.

Montessori

Angelehnt an die bei Montessori-Materialien genutzten Farben, werden Einer grün, Zehner blau und Hunderter rot dargestellt.



„Use Base for Counting“ aus



„Use Base for Counting“ an
6 im Dezimalsystem entspricht 12 im Vierersystem ($6 = 1 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0$)

Der Montessori-Modus kann zwar eine erste Hilfe bei der Identifizierung der einzelnen Stellen sein, allerdings sollte es im Laufe der Grundschulzeit von den Färbungen der Stellenwerte Abstand genommen werden. Der Wert einer Ziffer wird bestimmt durch ihre Position und nicht durch ihre Farbe.

App-Einstellungen

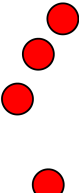


Logging

Ist diese Funktion aktiv, werden die auf dem iPad-Bildschirm getätigten Bewegungen aufgezeichnet. Wird das iPad über iTunes mit einem Computer verbunden, können entsprechende Aufzeichnungen weiterverarbeitet werden. Diese Funktion ist für Forschungszwecke gedacht.

Headers

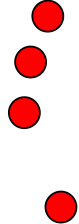


Diese Einstellung beeinflusst, wie die Stellenwerte in der Kopfzeile der Tabelle beschriftet und die Anzahl der Plättchen gezählt werden.

Normal

4 Zehner	2 Einer	0 Zehntel	3 Hundertstel
			

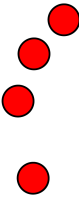

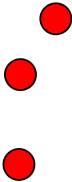
Die Stellenwerte werden ausgeschrieben und ihre Anzahl gezählt.

Count

4	2	0	3
			

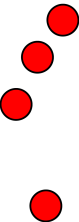


Es wird nur die Anzahl der Plättchen pro Stellenwert gezählt.

None

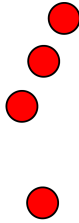

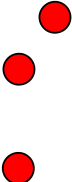
Der Tabellenkopf wird gar nicht beschriftet.

Integers & Count

4 Zehner	2 Einer	0	3
			

Bei den ganzen Zahlen werden die Stellenwerte ausgeschrieben und die Plättchen gezählt, bei den Nachkommastellen werden nur die Plättchen gezählt.

Integers

4 Zehner	2 Einer		
			

Bei den ganzen Zahlen werden die Stellenwerte ausgeschrieben und die Plättchen gezählt, die Nachkommastellen werden nicht im Tabellenkopf dargestellt.

Einführung der App

Bei der Einführung der App können durch verschiedene Fragestellungen die Funktionalitäten der App sowie der jeweilige mathematische Hintergrund vermittelt werden. Die hier dargestellten Schritte müssen nicht alle sofort eingeführt werden, sondern können auch aufeinander aufbauend über mehrere Jahrgangsstufen hinweg erfolgen.

Bevor einzelne Funktionalitäten betrachtet werden, kann auch eine **freie Erprobung** der App erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler zunächst ohne konkrete Arbeitsaufträge und Zielvorgaben mit der Bedienung der Umgebung beschäftigen.

Empfohlene Einstellungen: Show total an, Headers Normal

Funktionalität der App	mögliche Handlungsaufforderung
automatisiertes Zählen	„Wie kannst du feststellen, welche Zahl dargestellt wird?“
Es soll deutlich werden, dass die App selbst zählt, wie viele Plättchen in welcher Spalte liegen und auch die Gesamtzahl anzeigt (sofern die entsprechenden Einstellungen aktiviert sind).	
Einfärben beim Überschreiten der Bündelungseinheit	„Wann ändert sich die Farbe in der Überschrift? Und warum?“
Sobald (im Zehnersystem) mehr als neun Plättchen pro Spalte liegen, wird die Anzahl der Plättchen im Tabellenkopf rot eingefärbt.	
Löschen von Plättchen	„Entferne alle Plättchen.“
Das Löschen kann sowohl über das nach oben Hinausschieben von Plättchen als auch über die Schüttelgeste erfolgen (siehe S. 6). Es sollte jedoch mit der Klasse besprochen werden, ob die Schüttelgeste sinnvoll ist.	
Multitouch-Fähigkeit	„Erzeuge möglichst schnell die Zahl 8.“
Es ist möglich, mit mehreren Fingern gleichzeitig Plättchen zu erzeugen.	





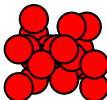
Funktionalität der App	mögliche Handlungsaufforderung
automatisiertes Bündeln	„Lege 16 Plättchen in die Einerspalte. Was kannst du jetzt tun, damit du die übliche Darstellung der Zahl 16 in der Stellenwerttafel erhältst?“
Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass beim Verschieben nach links automatisch gebündelt wird. An dieser Stelle kann der Unterschied zur manuellen Stellenwerttafel herausgearbeitet werden.	
nicht mögliches Bündeln	„Stelle die Zahl 8 dar und ziehe dann ein Plättchen von der Einerspalte in die Zehnerspalte. Erkläre, was passiert.“
Sind weniger als neun Plättchen (im Zehnersystem) in einer Spalte, so lassen sich diese beim Verschieben eines Plättchens nach links nicht bündeln.	
automatisiertes Entbündeln	„Erzeuge 2 Zehner und 3 Einer. Ziehe dann ein Plättchen von der Zehner- in die Einerspalte. Erkläre, was passiert.“
Analog zum Automatisierten Bündeln soll hier das Entbündeln untersucht und erklärt werden.	
Werterhalt trotz Darstellungsänderung	„Stelle die Zahl 23 dar. Was passiert mit der Zahl, wenn du nun Plättchen verschiebst? Finde verschiedene Möglichkeiten, die 23 darzustellen.“

Die Schülerinnen und Schüler sollen nun verinnerlichen, dass durch das Bündeln und Entbündeln zwar die Zahldarstellung verändert wird, ihr Wert selbst jedoch erhalten bleibt.

Aufgaben, die die verschiedenen Funktionalitäten vereinen, könnten im Anschluss folgender Art sein: „Stelle die Zahl 58 nur mit Einern dar. Lösche die Zahl dann so schnell wie möglich.“

Flexibles Stellenwertverständnis

Neben der Standarddarstellung der Zahl 21 in der Stellenwerttafel als 2 Zehner und 1 Einer sind auch andere Darstellungen möglich – nämlich als 1 Zehner und 11 Einer oder auch als 21 Einer.

2 Zehner	1 Einer	1 Zehner	11 Einer	0 Zehner	21 Einer
					

Werden pro Stelle maximal neun Plättchen genutzt, spricht man von der **Standard-Zerlegung** einer Zahl, aus der sich die übliche Zahldarstellung mit den Ziffern 0 bis 9 (im Dezimalsystem) ergibt. Alle anderen möglichen Darstellungen werden dagegen als nicht-Standard-Zerlegungen bezeichnet.

Unter einem **flexiblen Stellenwertverständnis** versteht man die Fähigkeit, **flexibel zwischen Standard-Zerlegung und nicht-Standard-Zerlegungen einer Zahl wechseln** zu können.

Mithilfe der Stellenwert-App ist es möglich, den Prozess des Übergangs zwischen Standard-Zerlegung und nicht-Standard-Zerlegungen zu erlernen. Die für diesen Schritt nötigen Operationen wie das Bündeln und Entbündeln bzw. das Zählen der Plättchen werden von der App übernommen, da sie bereits beim Kind ausgeprägt sein sollten.

Die Notwendigkeit, ein flexibles Stellenwertverständnis zu erlangen, ergibt sich beispielsweise aus der Alltagssprache (z. B. „Felix Klein wurde im Jahre 1849 geboren.“), findet sich aber auch in mathematischen Kontexten wie der halbschriftlichen Division (z. B. $1612 : 4$) oder der schriftlichen Addition und Subtraktion (z. B. $137 + 346$).

T	H	Z	E
	18	4	9
	16		12
	4	7	13

Zur Förderung des flexiblen Stellenwertverständnisses eignen sich folgende Aufgabentypen:

1. Schreibe folgende Zahlen auf!

1H 3Z 4E

279E

7E 31Z

3H 3Z 14E

Nicht alle Einheiten sind vollständig gebündelt, auch ist die Reihenfolge der Stellenwerte nicht immer die Standardreihenfolge. Daher muss inhaltlich die Bedeutung der einzelnen Stellenwerte erkannt und daraus die Zahl ermittelt werden.

2. Welche Zahl ist größer?

5Z 3E oder 4Z 15E

1Z 14E oder 2Z 8E

73E oder 7E 3Z

4Z 9E oder 1Z 29E

Auch hier werden Reihenfolge und Tiefe der Bündelung variiert. So soll unter anderem der Vorstellung entgegengetreten werden, dass größeren Ziffern (bei Vernachlässigung der Bündelungseinheit) ein größerer Wert zugesprochen wird.

3. Stelle die Zahl 32 in der Stellenwerttafel dar!

Finde noch eine andere Darstellung!

Wie viele verschiedene Darstellungen findest du?

Diese Aufgabenfolge verdeutlicht noch einmal die flexiblen Darstellungsmöglichkeiten einer Zahl in der Stellenwerttafel. Es können Gesetzmäßigkeiten zum Finden aller Darstellungen gefunden werden und später kann auf das Vorgehen zurückgegriffen werden, wenn die Stellenwerttafel nach rechts erweitert wird (siehe S. 24).

Die automatisierte Bündelung und Entbündelung und damit der Werterhalt der dargestellten Zahl beim Verschieben von Plättchen ist der wesentliche Unterschied zur herkömmlichen Stellenwerttafel. Das heißt aber auch, dass die Schülerinnen und Schülern das Umbündeln bereits verinnerlicht haben müssen, damit es hier als automatisierte Handlung angenommen werden kann.

Schriftliche Addition

Bei der schriftlichen Addition kann dargestellt werden, wie – von den Einern ausgehend – stellenweise addiert und ggf. gebündelt wird. Bei der Erläuterung dieses Verfahrens mit der digitalen Stellenwerttafel muss darauf geachtet werden, dass die Zahlen nicht zu groß werden, so dass die Plättchen noch übersichtlich dargestellt werden können.

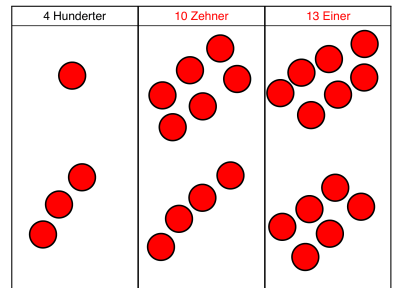
Es ist nicht angedacht, dass die digitale Stellenwerttafel als Werkzeug zur Bestimmung der Ergebnisse beliebiger Additionsaufgaben genutzt wird. Vielmehr stellt sie ein Hilfsmittel bei der **Einführung des Verfahrens** dar, um den schriftlichen Algorithmus mit der Vorstellung des stellenweisen Addierens und Bündelns zu vereinen. Daher wird eine **parallele Durchführung** von schriftlicher Addition und Addition mit der Stellenwerttafel empfohlen.

Empfohlene Einstellung:

Show total aus, damit die Summe der Zahlen nicht dargestellt wird

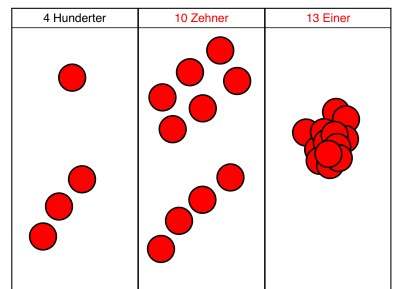
1. Zahlen darstellen

$$\begin{array}{r} 167 \\ + 345 \\ \hline \end{array}$$



2. Einer addieren

$$\begin{array}{r} 167 \\ + 345 \\ \hline \end{array} \quad \text{„13 Einer“}$$



3. Einer bündeln

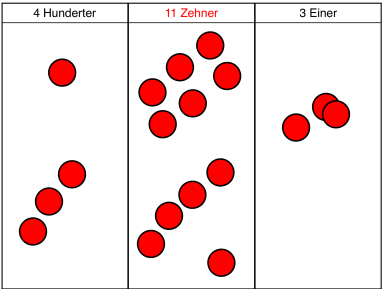
1

1 6 7

+ 3 4 5

3

„schreibe 3 (Einer),
merke 1 (Zehner)“



4. Zehner addieren

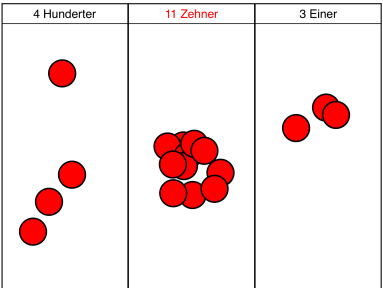
1

1 6 7

+ 3 4 5

3

„11 Zehner“



5. Zehner bündeln

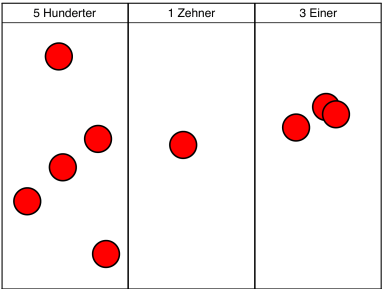
1 1

1 6 7

+ 3 4 5

1 3

„schreibe 1 (Zehner),
merke 1 (Hunderter)“



6. Hunderter addieren

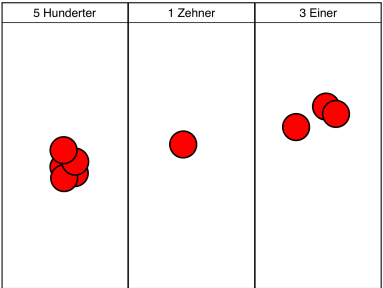
1 1

1 6 7

+ 3 4 5

5 1 3

„Schreibe 5 (Hunderter)“



Schriftliche Subtraktion

Je nachdem, welches schriftliche Subtraktionsverfahren verwendet wird, ist die Stellenwerttafel mehr (Abziehverfahren) oder weniger gut (Ergänzungsverfahren) geeignet, zum Verständnis für das Verfahren beizutragen.

Das Beispiel rechts zeigt ein mögliches Vorgehen beim Abziehverfahren mit Übertrag. Wie bei der Addition liegt auch hier wieder der Schwerpunkt nicht im Finden einer Lösung, sondern darin, die Stellenwerttafel als Werkzeug zum **inhaltlichen Verständnis des Verfahrens** zu nutzen.

Im Falle einer weiteren Umbündelung können die notierten Umbündelungszahlen recht schnell angepasst werden: So tauchen z. B. bei der Aufgabe $562 - 184$ im ersten Schritt die Umbündelungszahlen 5 (Zehner) und 12 (Einer) auf, im weiteren Schritt 4 (Hunderter), 15 (Zehner) und 12 (Einer).

$$\begin{array}{r} 4 \quad 15 \quad 12 \\ 5 \quad 6 \quad 2 \\ - 1 \quad 8 \quad 4 \\ \hline 3 \quad 7 \quad 8 \end{array}$$

Im Falle eines Übertrags zur übernächsten Stelle muss mehrmals umbündelt werden. So fehlt beispielsweise bei der Aufgabe $304 - 146$ der nötige Zehner, es wird also erst ein Hunderter und dann ein Zehner umbündelt, es entstehen die Umbündelungszahlen 2 (Hunderter), 9 (Zehner) und 14 (Einer).

$$\begin{array}{r} 2 \quad 9 \quad 14 \\ 3 \quad 0 \quad 4 \\ - 1 \quad 4 \quad 6 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 8 \end{array}$$

Die Beispiele zeigen, dass letztlich der Minuend solange umbündelt wird, bis er eine Form hat, um von ihm den Subtrahenden stellenweise abziehen zu können. Am Wert des Minuenden selbst ändert sich durch das Umbündeln nichts – ein flexibles Stellenwertverständnis muss daher fürs Verständnis dieses Verfahrens vorausgesetzt werden.

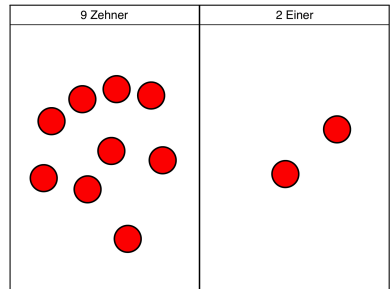
Ist der Subtrahend vollständig abgezogen, wird die gesuchte Differenz durch die übrig gebliebenen Plättchen dargestellt.

Empfohlene Einstellung: Show total aus, da sich durch das Abziehen die Zahl im Laufe des Verfahrens ändert

1. Minuend darstellen

$$\begin{array}{r} 9 \ 2 \\ - 2 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

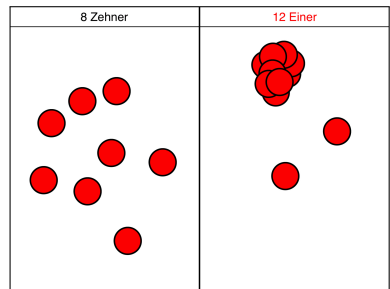
„2 Einer minus 5
Einer geht nicht.“



2. einen Zehner entbündeln

$$\begin{array}{r} 8 \ 12 \\ 9 \ 2 \\ - 2 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

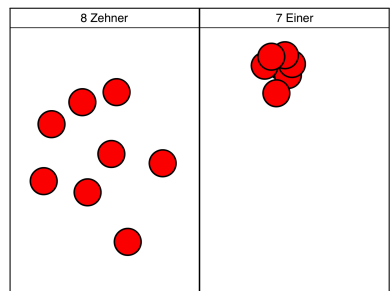
„Minuend wird
umgebündelt.“



3. Einer abziehen

$$\begin{array}{r} 8 \ 12 \\ 9 \ 2 \\ - 2 \ 5 \\ \hline 7 \end{array}$$

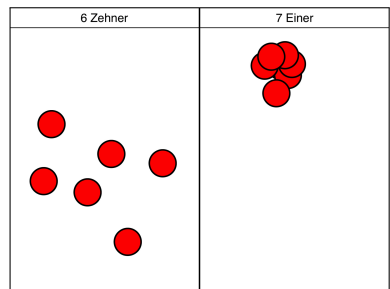
„7 Einer“



4. Zehner abziehen

$$\begin{array}{r} 8 \ 12 \\ 9 \ 2 \\ - 2 \ 5 \\ \hline 6 \ 7 \\ \hline \end{array}$$

„6 Zehner“



Schriftliche Division

Bei der schriftlichen Division bietet es sich an, mit der Vorstellung des Aufteilens zu arbeiten. Am Beispiel der Aufgabe $12 : 3$ bedeutet das:

Aufteilen

Wie oft passt 3 in 12?

3er-Häufchen

Wie viele Häufchen?

Verteilen

Wie viel bekommt jeder, wenn 12 gleichmäßig auf 3 verteilt werden?

3 gleich große Häufchen

Wie viel pro Häufchen?

Ein mögliches Vorgehen am Beispiel der Aufgabe $6136 : 4$ ist auf der nächsten Doppelseite dargestellt. In der Endkonfiguration ergibt sich das hier dargestellte Bild.

6136			
4 Tausender	20 Hunderter	12 Zehner	16 Einer

Dabei ist zu bemerken: Der Dividend 6136 ist immer noch vorhanden, nun jedoch stellweise in 4er-Häufchen aufgeteilt.

Der mit den Tausendern beginnende schrittweise Darstellungswechsel erfordert hier wieder eine flexible Zahldarstellung, wofür die digitale Stellenwerttafel geeignet ist. Interpretiert man die 4er-Häufchen als Zählhäufchen, so lässt sich daraus das Ergebnis 1534 ablesen.

Es müssen solche Zahlen gewählt werden, dass einerseits die Häufchen nicht so groß werden, andererseits aber auch die Anzahl der Häufchen gering bleibt (max. fünf), damit alles noch gut darstellbar ist. Zum Erzeugen von Aufgaben bietet es sich also an, ein Ergebnis mit kleinen Ziffern (z. B. 1534) mit einer relativ kleinen Zahl (z. B. 4) zu multiplizieren.

Folgende Aufgaben bieten Lerngelegenheiten unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades:

- Vollständiges Verfahren durchführbar

$$732 : 3 \qquad 6216 : 4 \qquad 7215 : 5$$

- Entbündeln bei Tausenderstelle nötig

$$1365 : 3 \qquad 2134 : 4$$

- Restfrei ab Zehnerstelle

$$5728 : 4 \qquad 6755 : 5$$

- Restfrei ab Hunderterstelle / nur bei Hunderterstelle

$$4263 : 3 \qquad 5648 : 4 \qquad 7245 : 3 \qquad 7284 : 6$$

- Zwischenstelle Null
(allerdings auch halbschriftlich lösbar)

$$4015 : 5 \qquad 4506 : 3$$

- Divisionsaufgabe mit Rest
(als Übergang zu Dezimalbrüchen geeignet)

$$8530 : 6$$

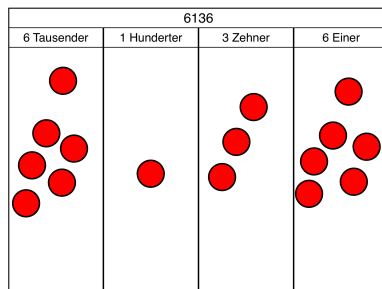
Empfohlene Einstellung:

Show total an; So wird sichtbar, dass sich der Dividend nicht verändert, sondern ausschließlich aufgeteilt wird.

Schriftliche Division

1. Zahl darstellen

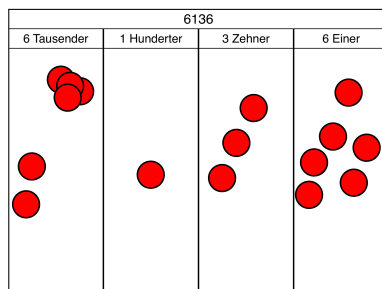
$$6136 : 4 =$$



2. Tausender aufteilen

$$6136 : 4 = 1$$

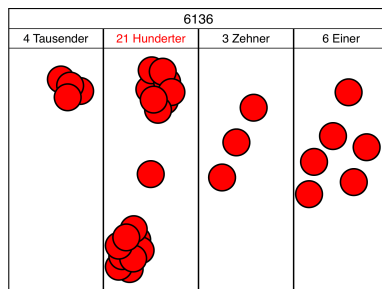
$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 2 \end{array}$$



3. Tausender entbündeln

$$6136 : 4 = 1$$

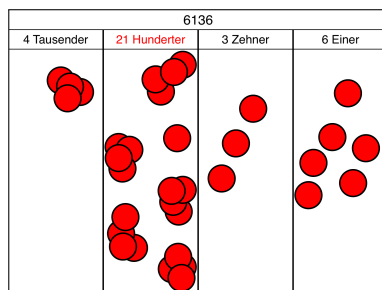
$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 21 \end{array}$$



4. Hunderter aufteilen

$$6136 : 4 = 15$$

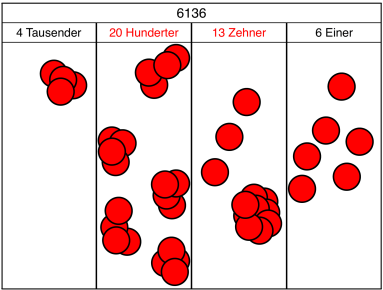
$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 21 \\ 20 \\ \hline 1 \end{array}$$



5. Hunderter entbündeln

$6136 : 4 = 153$

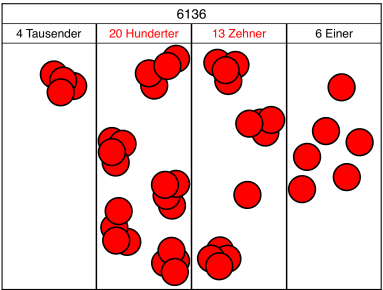
4
21
20
13



6. Zehner aufteilen

$6136 : 4 = 153$

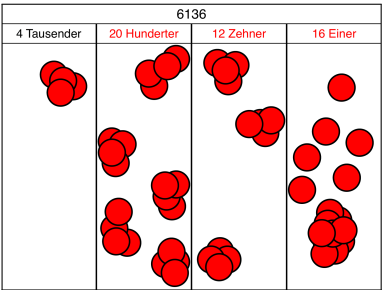
4
21
20
13
12
1



7. Zehner entbündeln

$6136 : 4 = 153$

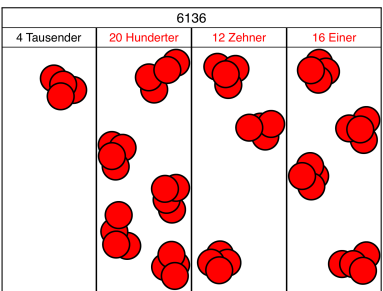
4
21
20
13
12
16
16



8. Einer aufteilen

$6136 : 4 = 1534$

4
21
20
13
12
16
16
0



Dezimalbrüche

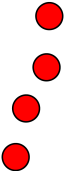


Für die Zahlenbereichserweiterung von den natürlichen/ganzen Zahlen zu den Dezimalbrüchen ist es sinnvoll, nach dem **Permanenzprinzip** vorzugehen: Bisher bekannte mathematische Strukturen bleiben erhalten und werden in den erweiterten Zahlenbereich eingebettet.

Eine mögliche Herangehensweise im Unterricht ist folgende: Nachdem zu der Zahl 32 verschiedene Darstellungen in der Stellenwerttafel gefunden wurden (siehe Seite 15, Aufgabe 3), soll dies auch für die Zahl 7 probiert werden. Da vorher schon erkannt worden ist, dass man von einer Standard-Zerlegung aus immer nur durch Entbündeln nach rechts zu weiteren Darstellungen kommt, kann es für die Zahl 7 nur dann eine weitere Darstellung geben, wenn die **Stellenwerttafel nach rechts erweitert** wird. Dies ist über die App-Einstellungen möglich (siehe Seite 8).

Für die neuen (dezimalen) Stellenwerte gelten nun die gleichen Gesetzmäßigkeiten der Bündelung und Entbündelung wie für die natürlichen Zahlen.

Für die Einführung können durch geeignete Einstellungen Diskussionsanlässe zur Bezeichnung der neuen Stellenwerte geschaffen werden.

Durch Ausschalten der Einstellung „Show total“ kann das Übersetzen der Zahldarstellung in der Stellenwerttafel in den entsprechenden Dezimalbruch trainiert werden. Durch Variation der Einstellung „Headers“ kann daran auch kleinschrittiger herangeführt werden (siehe Abbildung). Die „Spell out“-Funktion ist hilfreich zum Üben der korrekten Sprechweise (z. B. „drei Komma eins zwei“ statt „drei Komma zwölf“).

4 Zehner	2 Einer		
			

Places: 4, Fractional Places: 2,
Show total: aus, Headers: Integers

Auch bei Dezimalbrüchen kann das flexible Stellenwertverständnis analog zu den natürlichen Zahlen (siehe S. 15) trainiert werden.

Empfohlene Einstellungen: Places 4, Fractional Places 2

1. Schreibe folgende Zahlen auf!

13z

2z 14h

1Z 2E 7h

3E 25z

2. Welche Zahl ist größer?

4Z 9E oder 1Z 29E

5z 3h oder 4z 15h

37h oder 3h 7z

2E 1h oder 2E 1z

5Z 32E 13h oder 8Z 2E 1z 3h

3. Stelle die Zahl 2,35 in der Stellenwerttafel dar!

Finde noch eine andere Darstellung!

Wie viele verschiedene Darstellungen findest du?

Kann es noch mehr Darstellungen geben, wenn die Stellenwerttafel anders aufgebaut ist? Erkläre!

Bisher erfolgte im Rahmen des Projektes keine unterrichtliche Erprobung zur Nutzung der App bei Dezimalbrüchen. Sobald Erfahrungen vorliegen, kann dieser Leitfaden entsprechend angepasst werden.

Zum Projekt „Digitales Lernen Grundschule“

„Digitales Lernen Grundschule“ ist ein Projekt der Universitäten Bremen, Hamburg und Potsdam sowie der Pädagogischen Hochschulen Ludwigsburg und Schwäbisch Gmünd und der Ludwig-Maximilians-Universität München, ermöglicht durch die Deutsche Telekom Stiftung.

Jede Hochschule entwickelt Konzepte zum Einsatz digitaler Medien im Grundschulunterricht. An der Universität Potsdam liegen der Entwicklung der Konzepte drei Leitlinien zugrunde:

Verknüpfung realer und virtueller Handlungsräume

Reale Erfahrungen dürfen durch die Nutzung digitaler Technologien nicht zerstört werden, gleichzeitig sollen aber die neuen Möglichkeiten sinnvoll genutzt werden. In allen Konzepten ist daher eine parallele Herangehensweise realer und virtueller Handlungsräume vorgesehen, um eine Verknüpfung beider Welten herstellen und die jeweiligen Vorteile zu nutzen.

Anschlussfähigkeit in die Sekundarstufe

Es werden gezielt überschaubare Grundkonzepte ausgewählt, die die Vorerfahrungen der Kinder aufgreifen, ausbauen und in weiter nutzbare Grundvorstellungen für das Lernen in den Sekundarstufen festigen. Die hinter den jeweiligen Konzepten stehenden Ideen müssen auf spätere oder ähnliche Lerninhalte übertragbar sein.

Fachdidaktische Theoriebasierung

Neben der Medienkompetenz vermittelt die Grundschule vorrangig inhaltliche und prozessbezogene Fach-Kompetenzen. Im Projekt wird die fachdidaktische Kompetenz der an der Universität Potsdam Forschenden zur inhaltlichen Ausgestaltung digitaler Werkzeuge genutzt.

Unter diesen Vorgaben werden an der Universität Potsdam sieben Unterrichtskonzepte entwickelt und evaluiert:



Zahlverständnis Mithilfe einer digitalen Stellenwerttafel wird ein flexibles Stellenwertverständnis ermöglicht.



Lagebeziehungen Digitale Medien helfen, reale geometrische Konfigurationen mathematisch zu beschreiben.



Leseflüssigkeit Durch das gleichzeitige Mitlesen eines Hörbuches wird die Leseflüssigkeit erhöht.



Analogiebildung Das parallele Durchführen realer Experimente und virtueller Analogien unterstützt den Erkenntnisprozess.



Messwerterfassung Das digitale Erfassen und Auswerten von Messwerten unterstützt die Durchführung realer Experimente.



Schleifen und Strukturen Es erfolgen erste Programmiererfahrungen im Zusammenhang mit realen Würfelgebilden.



Algorithmen im Alltag Anhand von Alltagsphänomenen werden Grundzüge algorithmischen Denkens ausgeprägt.

Als Resultat wird das Projekt fertige und direkt einsetzbare Konzepte liefern und zusätzlich eine gemeinsame theoretische Basis der Konzepte explizieren.

Insbesondere die Integration in die schulpraktischen Studien, die Vergabe von Masterarbeiten und ein fächerübergreifendes Kolloquium sorgen für die praxisnahe und theoriebasierte Einbindung in das Studium für die Lehramtsstudiengänge an der Universität Potsdam.